

2. Ecuaciones lineales

Se ha señalado y ejemplificado, en el tema anterior, sobre las propiedades de los números, su uso y utilidad en la vida diaria. Nuevamente, un ejemplo:

A Margarita, su mamá le da **100** pesos para que vaya a la tienda y compre **3** kilos de azúcar, le dice que con el dinero que le sobre puede comprar chocolates para ella y su hermano, lo que le causó una gran alegría, aunque no sabía cuántos chocolates podría comprar. Cada kilo de azúcar cuesta **25** pesos y cada chocolate **5** pesos.

Supongamos que x es el número de chocolates que Margarita puede comprar. Ahora bien, como no sabemos qué valor es x , se dice que x es una incógnita. Como los chocolates valen **5** pesos, entonces lo que gastará Margarita en chocolates será:

$$5x$$

Pesos. Además, como el kilo de azúcar vale **25** pesos y tiene que comprar tres kilos, tendrá que gastar

$$3(25) = 75$$

Pesos en azúcar. Entonces, como el total de dinero que le dieron a Margarita son **100** pesos, se debe cumplir la ecuación

$$5x + 75 = 100 \quad (1)$$

De esa ecuación se puede saber la cantidad x , el número de chocolates que Margarita podrá comprar. Ahora bien, si se quiere saber la cantidad de chocolates que comprará Margarita, se ocupará el inverso aditivo y el inverso multiplicativo, que son parte de las propiedades de los números.

Podemos ver que si sumamos en cada lado de la ecuación, observamos en ambos (1.1) la cantidad de (-75) :

$$(5x + 75) + (-75) = 100 + (-75)$$

Ocupando la propiedad asociativa de la suma, la última ecuación se puede escribir como:

$$5x + (75 - 75) = 100 - 75$$

Considerando que $75 - 75 = 0$ y $100 - 75 = 25$, tenemos

$$5x = 25 \tag{1.2}$$

Aún no sabemos el valor de x , pero ahora esta incógnita está sola.

Antes de continuar, recordemos que el 5 tiene inverso multiplicativo, el cual es $\frac{1}{5} = 5^{-1}$. Entonces, para dejar sola a la incógnita x multiplicaremos en ambos lados de la ecuación (1.2) por inverso multiplicativo de 5. Haciendo esta operación, obtenemos:

$$\left(\frac{1}{5}\right) x = \left(\frac{25}{5}\right)$$

Por lo tanto,

$$x = 5$$

Margarita podrá comprar 5 chocolates. Ella decide que se comerá dos, le dará dos a su hermano y el que sobre para su mamá.

Ecuaciones de la forma (1.1) surgen en diversos casos de la vida diaria, a éstas se les llama ecuaciones lineales.

En general, podemos pensar que si a, b, c son tres números con $a \neq 0$, entonces con estos números se puede plantear la ecuación lineal:

$$ax + b = c. \tag{1.3}$$

Del problemas de los chocolates nos dimos cuenta que para resolver una ecuación de este tipo son importantes las propiedades de los números, particularmente la propiedad del inverso en la suma y el inverso en la multiplicación.

Para resolver la ecuación (1.3), ocuparemos el mismo procedimiento que en el problema de los chocolates. Primero sumamos, en cada lado de la ecuación (1.3) el número $(-b)$, por lo que tenemos:

$$(ax + b) + (-b) = c + (-b)$$

Ahora, ocupando la propiedad asociativa de la suma, la última ecuación puede escribirse como:

$$ax + (b - b) = (c - b)$$

Usando que $b - b = 0$, la última ecuación toma la forma

$$ax = (c - b). \tag{1.4}$$

Antes de continuar, recordemos que supusimos que $a \neq 0$, por lo que a tiene Inverso multiplicativo el cual es: $\frac{1}{a} = a^{-1}$.

Entonces, para dejar sola la incógnita x multiplicaremos en ambos lados de la ecuación (1.4) por inverso multiplicativo de a .

Haciendo esta operación, obtenemos:

$$(ax) \left(\frac{1}{a} \right) = (c - b) \left(\frac{1}{a} \right)$$

Ocupando la propiedad asociativa de la multiplicación, tenemos:

$$\left(\frac{a}{a} \right) x = \left(\frac{c - b}{a} \right)$$

Por lo tanto,

$$x = \frac{(c - b)}{a}$$

Como podemos ver, usando las propiedades de números siempre podremos resolver una ecuación lineal.

Referencias

- [1] R. Courant y H. Robbins, *¿Qué es la matemática?* Aguilar (1979).
{2]2) Romero, J.M. Ecuaciones lineales. UAM- Cuajimalpa.

