# Representación gráfica de la parábola

En la sección anterior se presentó un ejemplo de cómo manipular la ecuación general para obtener la ecuación ordinaria, a partir de la cual se consiguen los parámetros para encontrar las coordenadas del vértice y la distancia focal.

Sin embargo, estos no son los únicos elementos de la parábola por lo que en esta sección se abordará, nuevamente, la ecuación de la parábola y cómo identificar todos los elementos de la parábola.

La parábola se puede graficar en el plano cartesiano a partir de la ecuación general y la ecuación ordinaria. La ecuación general, ecuación 3, se puede rescribir de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c \qquad \textbf{Ecn. 14}$$

Al igual que cualquier otra función se pueden elegir valores arbitrarios de la variable *x*, para calcular los valores de la variable y ubicarlos en el plano cartesiano. Por ejemplo, se tiene la parábola:

$$y = 2x^2 + 3x - 1 \qquad \textbf{Ecn. 15}$$

Si se escoge el valor de $x = 2$, el valor de *y* es igual a:

$$y = 2(2)^2 + 3(2) - 1 = 13 \qquad \textbf{Ecn. 16}$$

Lo que se tiene entonces es un punto de la parábola, P (2,13). Con este procedimiento se pueden tener varios puntos y graficar la parábola en el plano cartesiano.

Sin embargo, se puede demostrar que por medio de la ecuación ordinaria se pueden conocer todos los elementos de la parábola.

## El vértice y la apertura de la parábola

De la ecuación ordinaria, ecuación 4, se puede identificar que *p* es la distancia focal y el vértice cuyas coordenadas son: *(h,k)*. En el caso del denominador, se puede encontrar el parámetro *p*.

El parámetro *p* en la ecuación 4 nos indica si los brazos de la parábola abren hacia arriba o hacia abajo, cuando su valor es mayor que cero $(p > 0)$. El parámetro *p* también nos sirve para conocer las coordenadas del foco ya que comparte las mismas coordenadas en el eje x con el vértice, y para calcular el valor en la coordenada y se tiene que hacer la siguiente suma, $y_F = k + p$. Por lo tanto, la coordenada del foco para una parábola vertical se tiene como $(x_F, y_F) = (h, k + p)$.

**Ejemplos:**

**1. A partir de la ecuación general obtener la ecuación ordinaria para encontrar los elementos de la parábola y graficar.**

$$y = x^2 - 6x - 11 \qquad \text{Ecn. 17}$$

Como se mencionó anteriormente lo primero que se tiene que hacer es completar el trinomio cuadrado perfecto:

$$y = x^2 - 6x + 9 - 9 - 11 \qquad \text{Ecn. 18}$$

Lo que se obtiene es:

$$y = (x - 3)^2 - 20 \qquad \text{Ecn. 19}$$

Se reacomoda y se tiene la forma ordinaria:

$$y + 20 = (x - 3)^2 \qquad \text{Ecn. 20}$$

Recordando la ecuación ordinaria:

$$y - k = \frac{(x - h)^2}{4p} \qquad \text{Ecn. 21}$$

Se tienen que identificar los parámetros, en este caso ayuda reescribir la ecuación 20 como:

$$y - (-20) = (x - 3)^2 \qquad \text{Ecn. 20}$$

Se puede ver que las coordenadas del vértice son (3,-20) el denominador del lado derecho de la ecuación es uno, y por lo tanto para encontrar el valor se iguala:

$$4p = 1$$

Por lo tanto, $p = \frac{1}{4}$, y nos indica que los brazos abren hacia arriba.

Las coordenadas del foco son:

$$(x_F, y_F) = (3, -20 + \frac{1}{4}) = (3, -\frac{79}{4})$$

Recuerda que la directriz es una línea recta que se encuentra a una distancia p del eje por fuera de los brazos de la recta y es perpendicular al eje de simetría el cual es paralelo al eje y en el caso de las parábolas verticales. Por lo tanto, a partir de los ejes del vértice se puede ver que la coordenada y tiene el valor de −20, por lo tanto, la recta directriz es:

$$y = -20 - \frac{1}{4} = -\frac{81}{4}$$

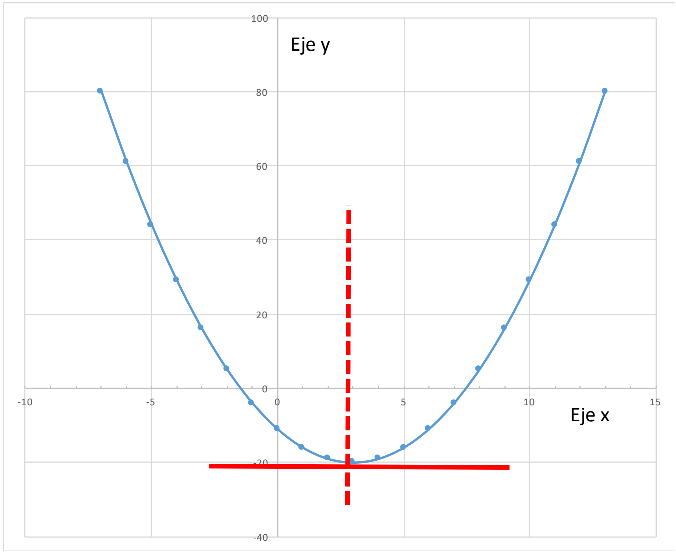


**Figura 4.** Parábola vertical $y = x2 - 6x - 11$. Identifica la ubicación del foco y el vértice, y observa cual es la directriz.